

# DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE UM GERADOR PENTAFÁSICO A IMÃS PERMANENTES CONECTADO EM ANEL UTILIZANDO MATLAB/SIMULINK

Luís Alberto Pereira  
Vicente Mariano Canalli  
Rodrigo Panassolo Prado

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PUCRS  
Avenida Ipiranga 6681 – Bairro Partenon  
90619-900 – Porto Alegre – Brasil  
lpereira@ee.pucrs.br, vicente@ee.pucrs.br, didopp@terra.com.br

**Resumo** — Inicialmente é apresentado um modelo matemático para uma máquina pentafásica a imãs permanentes onde os principais parâmetros foram obtidos a partir de análise de campo feito pelo Métodos dos Elementos Finitos. O modelo desenvolvido foi implementado utilizando o software comercial Matlab/Simulink permitindo que as principais características em regime permanente pudessem ser obtidas. A máquina foi analisada operando como gerador e alimentando uma carga resistiva por meio de um ponte retificadora na conexão em anel. A fim de verificar a validade e precisão do modelo, as curvas típicas são determinadas e também comparadas com valores obtidos de ensaios realizados com um protótipo. Os resultados de ensaio mostram uma excelente concordância com os valores obtidos por meio de simulações. O modelo desenvolvido permite a determinação do comportamento da máquina durante a fase de projeto, podendo também ser utilizado para fins de otimização.

## PALAVRAS-CHAVE

máquina a imãs permanentes, gerador síncrono, retificador, modelagem de máquinas elétricas.

## I. INTRODUÇÃO

Conforme pode ser constatado pelo expressivo número de trabalhos e pesquisas publicados, máquinas a imãs permanentes vem sendo utilizadas em escala crescente nas últimas décadas numa infinidade de arranjos e geometrias do estator e rotor. Considerando as suas características de funcionamento, elas podem substituir praticamente todos os tipos de máquinas convencionais quando associadas a um conversor estático. As suas principais vantagens sobre os demais tipos de máquinas são bem conhecidas: alta eficiência, alta relação torque/volume e baixa inércia [Hendershot-Miller-1994]. Infelizmente, algumas destas vantagens somente são obtidas com a utilização de imãs a base de terras-raras (samário-cobalto, neodímio-ferro-boro), os quais possuem custo elevado apesar da introdução de novas técnicas e processos de fabricação. Esta característica tem restringido o uso de máquinas a imãs de terras raras em aplicações onde o custo não é fator preponderante (Hamdi-1998). Tendo em vista o custo, é importante que a

concepção de máquinas a imãs objetive um alto grau de aproveitamento do material ativo empregado. Conforme já estabelecido em inúmeros trabalhos publicados, aumentando-se o número de fases da máquina, pode-se obter uma melhor distribuição do fluxo e desta forma um maior grau de aproveitamento do material ativo [Lipo-1984; Weh-1985]. A análise e otimização de máquinas com número de fases maior que 3 exige, no entanto, o desenvolvimento de novos modelos, uma vez que os modelos clássicos nem sempre podem ser facilmente utilizados [Toliyat-1991]. Os modelos clássicos de máquinas trifásicas incluem apenas a onda fundamental de indução no entreferro, sendo os efeitos dos harmônicos de difícil tratamento e em geral desprezados. Máquinas com número elevado de fases tem sido pesquisadas e utilizadas mais recentemente; seus modelos são portanto menos conhecidos e estabelecidos. Deve-se observar que neste tipo de máquina os harmônicos desempenham um papel mais relevante que nas máquinas trifásicas e não podem ser desprezados a priori. Além disso, máquinas com elevado número de fases abrem novas e interessantes possibilidades no que concerne às conexões dos enrolamentos, critérios de projeto e dimensionamento, distribuição do campo e estratégias de controle [Pavithran-1988; Ward-1969]. Uma importante característica é a maior confiabilidade, uma vez que máquina pode seguir operando mesmo sem uma das fases, conforme mostrado em [Toliyat-1998] para uma máquina pentafásica.

O presente artigo está baseado em dois artigos anteriores, onde foi inicialmente apresentada uma metodologia de projeto e determinação dos principais parâmetros de máquinas pentafásicas a imãs permanentes utilizando o Método dos Elementos Finitos em duas dimensões [Pereira-Canalli-2002, parte I]. Em um artigo posterior foi desenvolvido um modelo matemático utilizando os parâmetros calculados e implementado no Matlab/Simulink considerando o enrolamento conectado em estrela sem neutro [Pereira-Canalli-2002, parte II]. O modelo implementado foi também comparado com resultados de ensaio obtidos de um protótipo construído e testado na PUCRS, tendo sido observada uma boa concordância entre medições e simulações. No presente artigo, o modelo desenvolvido é implementado utilizando Matlab/Simulink e considerando a máquina conectada em anel. Além de comprovar a exatidão do modelo implementado, os resultados permitem determinar as principais características da máquina neste tipo particular de conexão. De especial

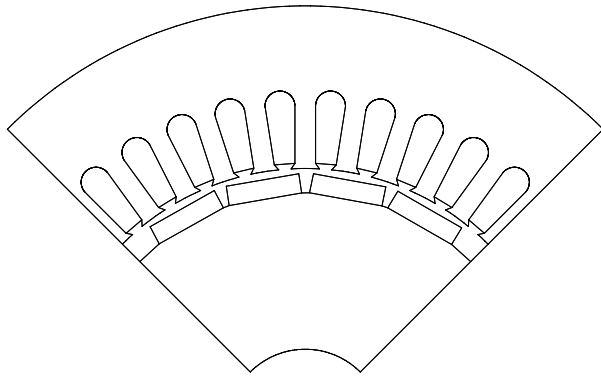


Figura 1 – Seção transversal de um pólo da máquina.

interesse é a potência máxima nesta conexão, uma vez que a máquina é analisada como gerador. Resultados teóricos são também comparados com resultados práticos de ensaio realizados com um protótipo desenvolvido e construído pelos autores. O estabelecimento de um modelo preciso é extremamente importante durante a fase de projeto a fim de determinar antecipadamente a performance da máquina e otimizar os seus parâmetros.

Um aspecto importante de máquinas com elevado número de fases é o número de chaves eletrônicas que é necessário. No caso da máquina pentafásica, são necessários 10 diodos, 4 a mais do que seria necessário para uma máquina trifásica. Deve-se, no entanto considerar que a potência que cada diodo transmite também diminui com o aumento do número de fases. Desta forma, cada diodo deve ser dimensionado para uma potência 3/5 menor comparado com o caso trifásico [McCleer-1991; Weh-1985]. Para uma tensão fixa, significa que os diodos podem ser dimensionados para uma corrente menor.

## II. CARACTERÍSTICAS NOMINAIS

A Figura 1 mostra um corte transversal de um pólo da máquina construída e ensaiada no Laboratório de Conversão de Energia da PUCRS. Cada pólo é constituído de 4 segmentos de ímãs a base de neodímio-ferro-boro colocados lado a lado. Esta configuração permite um melhor aproveitamento dos ímãs e do material ativo empregado na construção da máquina. Na tabela I encontram-se os valores nominais da máquina e também as suas principais dimensões. Na tabela II encontram-se os parâmetros da

Tabela I – Características e Dimensões

tensão	90 volts
corrente	1 ampere
velocidade nominal	1500
número de pólos	4
comprimento axial	64 mm
raio externo do estator	65.15 mm
raio interno do estator	40
entreferro	0.7 mm
indução remanente dos ímãs	1.1 Tesla

Tabela II – Indutâncias Próprias e Mútuas (mH)

Indutância	FEM	Medido	erro (%)
$L_{11}$	23.9	25	-4.4
$L_{12}$	3.6	4.9	-26.5
$L_{13}$	-11.1	-9	+23.3
$L_{14}$	-11.1	-9	+23.3
$L_{15}$	3.6	5	+26.5

máquina utilizados e que foram apresentados e discutidos em dois artigos anteriores [Pereira-Canalli-2002, parte I e II]. Para fins de simulação e análise foram utilizados os valores calculados. A resistência de fase calculada é 6.7 ohms e o valor medido é de 7.0 ohms. Na tabela II,  $L_{kj}$  refere-se à indutância entre a fase j e k.

## III. MODELO MATEMÁTICO

Na forma matricial, as equações gerais da máquina podem ser escritas conforme segue:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} = [R \ R \ \dots \ R] \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} \\ L_{13} & L_{23} & L_{33} & L_{34} & L_{35} \\ L_{14} & L_{24} & L_{34} & L_{44} & L_{45} \\ L_{15} & L_{25} & L_{35} & L_{45} & L_{55} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$e_k$  - tensão induzida a vazio na fase k

$v_k$  - tensão terminal na fase k

$i_k$  - corrente na fase k

$L_{kj}$  - indutância mútua entre a fase k e j

$R$  - resistência de uma fase

As tensões induzidas e as indutâncias que aparecem na equação (1) foram determinadas de acordo com o método descrito em [Pereira-Canalli-2002, parte I]. As indutâncias próprias e mútuas calculadas são representadas na Tabela II, junto com os valores correspondentes obtidos de ensaios. Todas as indutâncias são consideradas como valores constantes, uma vez que a máquina possui um entreferro efetivo grande e o efeito das ranhuras sobre a distribuição do campo é pequeno. A tensão induzida é representada por meio de uma Série de Fourier contendo 10 termos, sendo que cada componente foi calculado a partir da componente radial da indução no entreferro obtida de análises por Elementos Finitos em duas dimensões. A expressão matemática da tensão induzida na fase 1 é dada por:

$$e(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{E}_n \cdot \sin[n \cdot (\omega \cdot t)] \quad (2)$$

$\hat{E}_n$  - amplitude do harmônico de ordem n

n - ordem do harmônico

As tensões na demais fases tem uma forma idêntica e estão defasadas da tensão na fase de 72, 144, -72 e -144 graus respectivamente.

#### IV DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DA MÁQUINA

A máquina foi analisada operando como gerador e alimentando uma carga resistiva por meio de uma ponte retificadora pentafásica. A análise do comportamento é realizada para a conexão em anel (Figura 2). O modelo matemático foi implementado utilizando o módulo *Power System Toolbox*, disponível no Matlab. Para esta conexão a máquina foi simulada para diversas condições de carga a fim de determinar as suas características e avaliar o modelo implementado. Para tanto, as tensões e correntes calculadas são comparadas com valores correspondentes obtidos em ensaios de um protótipo construído na PUCRS. As características principais de operação em regime permanente foram levantadas e são apresentadas no que segue juntamente com as curvas correspondentes obtidas de ensaios. Todas as simulações e medições foram realizadas mantendo-se a frequência de 50 Hz, o que corresponde a uma velocidade de 1500 rpm.

#### V CURVA DE TENSÃO VERSUS CORRENTE

Uma das características mais importantes da máquina operando como gerador é o valor médio da tensão retificada em função da corrente retificada na carga (corrente de carga) para diferentes condições de operação. Esta curva foi calculada utilizando-se o modelo implementado e comparada com valores obtidos de medições em laboratório. A curva calculada e os pontos medidos são mostrados na Figura 3. Os valores calculados foram obtidos a partir do valor médio da tensão retificada em um período. Os valores de ensaio mostram que os valores calculados são superiores aos medidos em toda a região considerada da curva. Estes erros são introduzidos pela incorreção no valor das indutâncias e dos harmônicos presentes nas tensões induzidas. Os erros também são em parte decorrentes da variação da resistência do enrolamento e da carga com a

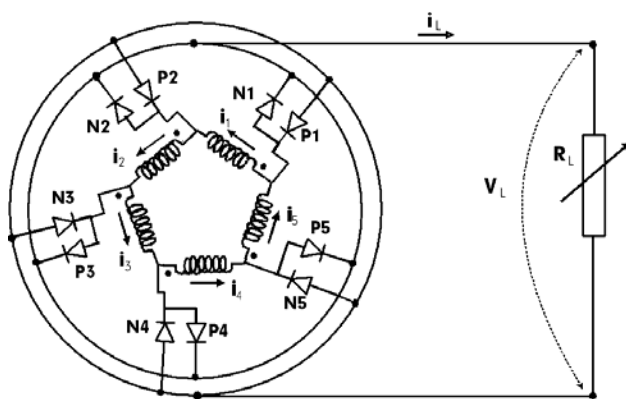


Figura 2 – Máquina operando como gerador.

temperatura, a qual não foi tomada em conta na simulação. Todavia, os erros são menores que 4%, sendo portanto perfeitamente aceitáveis. Verifica-se ainda que a tensão decai de forma aproximadamente linear com a corrente de carga.

#### VI POTÊNCIA DE SAÍDA

Outra característica importante de um gerador é a sua curva de potência de saída versus corrente. A potência média de saída foi determinada em função da corrente também utilizando-se o modelo implementado e encontra-se ilustrada na Figura 4, junto com os valores obtidos de ensaio. A curva foi determinada a partir do valor médio da potência de saída para várias condições de carga. Comparando-se os valores medidos com os calculados, observa-se um erro menor que 1% para a região da curva considerada, muito menor portanto que o observado para a tensão de saída. Desta forma, o modelo desenvolvido e implementado fornece valores muito precisos no que se refere à potência de saída, apesar das simplificações introduzidas, conforme os resultados de ensaio mostram.

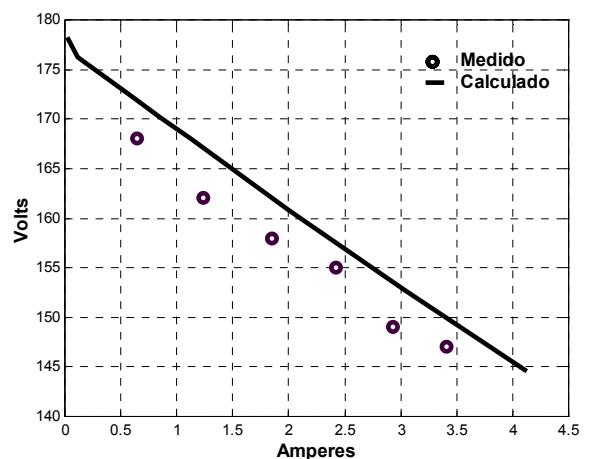


Figura 3 – Tensão retificada versus corrente de carga para operação como gerador.

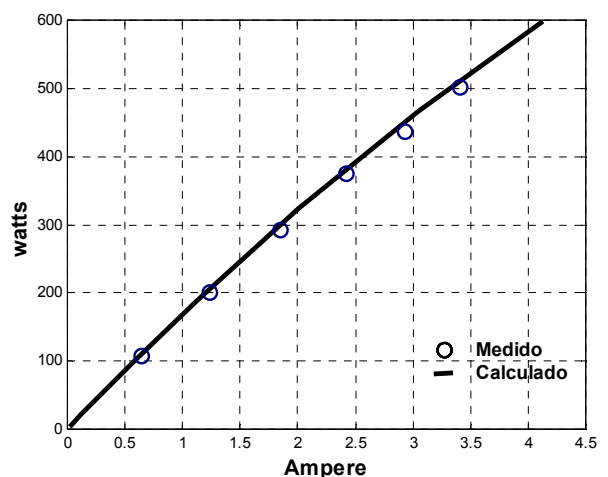


Figura 4 – Potência média de saída versus corrente de carga.

## VII FORMA DE ONDA DA TENSÃO A VAZIO

A Figura 5 mostra a forma de onda calculada da tensão induzida em uma fase quando a máquina encontra-se a vazio e conectada em anel. O cálculo da tensão induzida foi realizado conforme descrito em [Pereira-Canalli-2002, parte I] a partir da indução a vazio no entreferro e considerando a distribuição das bobinas de cada fase. Na Figura 6 encontra-se representada a tensão induzida obtida por meio de ensaios realizados em um protótipo. Pode-se verificar que existe uma concordância bastante grande entre os valores práticos e teóricos. Concordância semelhante foi observada para o caso da máquina conectada em estrela.

## VIII FORMA DE ONDA DA TENSÃO DE SAÍDA

Além do valor médio da tensão retificada, é também importante a determinação da forma de onda da tensão retificada, a fim de que os filtros de saída possam ser dimensionados corretamente. A tensão retificada aplicada na carga simulada é mostrada na Figura 7, onde a condição de operação corresponde a uma corrente média na carga de 1.6 amperes. A tensão medida correspondente é mostrada na Figura 8. Pode-se verificar que a tensão medida mostra uma influência mais acentuada dos harmônicos superiores do que os valores obtidos da simulação. Isto deve-se ao fato de que os erros nos valores calculados dos harmônicos de maior

ordem são maiores que os de baixa ordem, conforme discutido em [Pereira-Canalli-2002, parte I]. O valor estimado do ripple é de 6% e o valor medido é em torno de 11%. O método empregado mostra-se assim adequado no que se relaciona com a tensão retificada, uma vez que ele permite a determinação dos valores instantâneos da tensão de saída com uma precisão aceitável.

## IX FORMA DE ONDA DA TENSÃO DE FASE

A precisão do modelo também pode ser averiguada a partir da comparação das formas de onda da tensão de fase obtidas de simulação com a mesma forma de onda obtida de ensaios. Na Figura 9 está ilustrada a forma de onda da tensão de fase simulada, enquanto que a curva correspondente obtida de ensaio está ilustrada na Figura 10. Ambas as curvas foram obtidas para uma corrente de carga com valor médio de 3.6 A. Observa-se uma boa concordância entre as curvas. As diferenças entre elas são devido aos erros na determinação dos harmônicos de mais alta ordem.

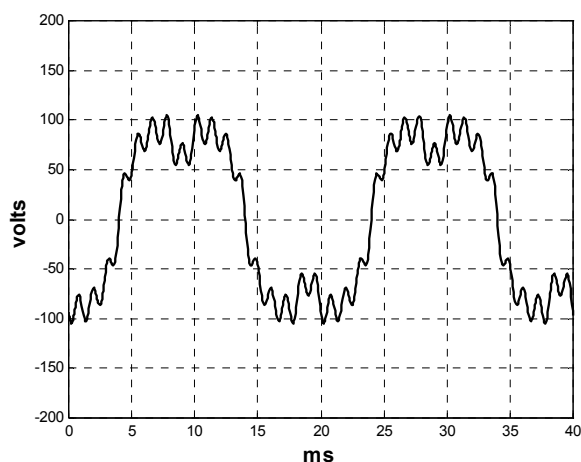


Figura 5- tensão induzida calculada (volts).

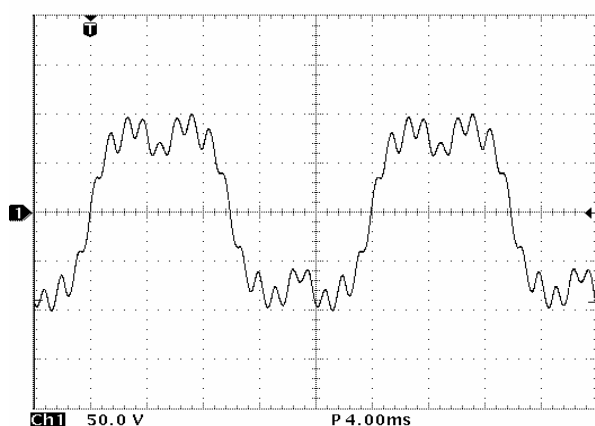


Figura 6- tensão induzida medida em protótipo (volts).

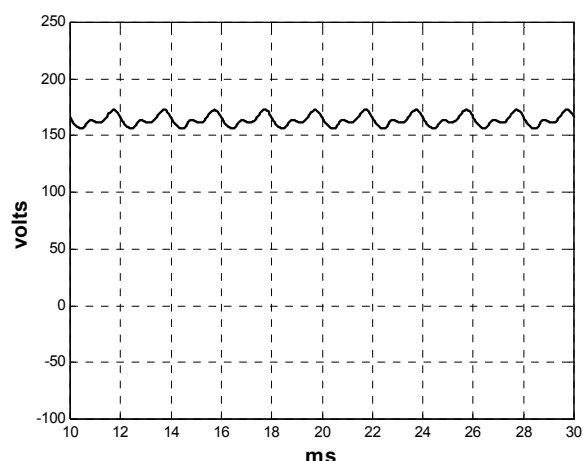


Figura 7 – Tensão retificada versus tempo para operação como gerador obtida da simulação.

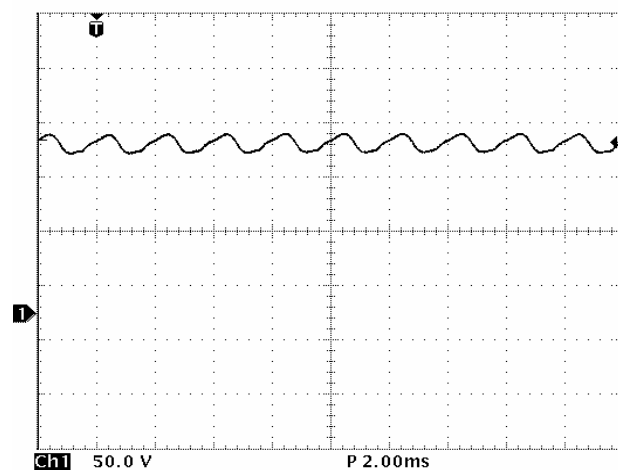


Figura 8 – Tensão retificada versus tempo para operação como gerador obtida de ensaios em protótipo.

## X FORMA DE ONDA DAS TENSÕES FASE-FASE

A sequência e o tempo de condução dos diodos depende diretamente do valor instantâneo das tensões entre as fases. Desta forma é importante que estas tensões possam ser determinadas durante a fase de projeto a fim de que os diodos possam ser corretamente dimensionados. A forma de onda da tensão entre duas fases vizinhas obtida da simulação é mostrada na Figura 11, enquanto que a tensão correspondente obtida de ensaio é mostrada na Figura 12. Ambas as curvas referem-se a uma corrente de carga de 2.5 A. Como nos demais casos precedentes, pode ser observado que existe uma boa concordância entre os valores teóricos e práticos, comprovando a validade e precisão do modelo também com relação às tensões de fase.

## XI FORMA DE ONDA DA CORRENTE DE FASE

Para o correto dimensionamento dos diodos e do enrolamento do estator torna-se necessário a determinação da forma de onda da corrente do estator. Visando também averiguar a precisão do modelo foi determinada a corrente de fase para uma corrente de carga de 1.6. A curva obtida

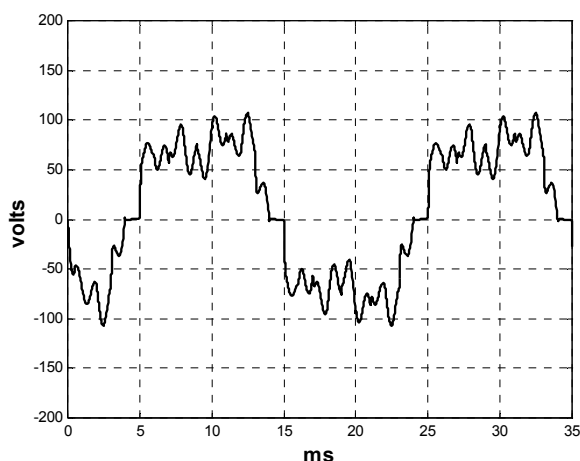


Figura 9 – Tensão de fase versus tempo para operação como gerador obtida da simulação para corrente de carga de 3.6 A.

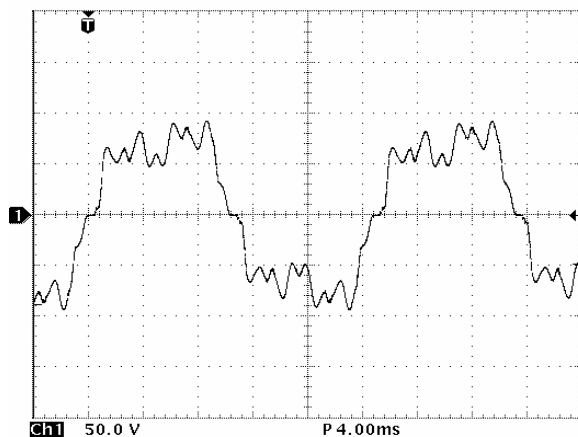


Figura 10 – Tensão de fase versus tempo para operação como gerador obtida de ensaios para corrente de carga de 3.6 A.

por meio de simulação está ilustrada na Figura 13 e a curva correspondente medida está ilustrada na Figura 14, por onde se pode constatar uma boa concordância entre elas. A imprecisão no cálculo dos harmônicos de tensão não é muito aparente na curva de corrente devido ao fato de que as indutâncias amortecem os harmônicos de mais alta ordem, os quais são calculados de forma menos precisa. A curva também evidencia que a corrente contém uma harmônica de quinta ordem bastante elevada. Isto se deve ao fato de que este harmônico existe em todas as tensões de fase e além disto possuem a mesma fase. Na ligação em anel, portanto os seus efeitos são somados, aumentando bastante esta componente. Também foi verificado que existe uma corrente circulando nas fases mesmo com a máquina a vazio. Este efeito também surge pelo fato de que o enrolamento possui passo inteiro e não ter sido projetado para amortecer este harmônico. O projeto da máquina priorizou um alto grau de aproveitamento do material ativo.

## XII CONCLUSÃO

O artigo apresentou a modelagem e simulação de uma máquina a ímãs permanentes pentafásica operando como gerador e alimentando uma carga resistiva por meio de uma

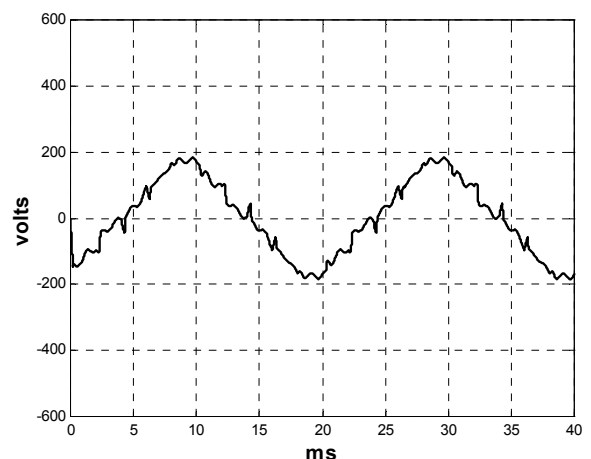


Figura 11 – Tensão fase-fase versus tempo para operação como gerador obtida da simulação para corrente de carga de 2.5 A.

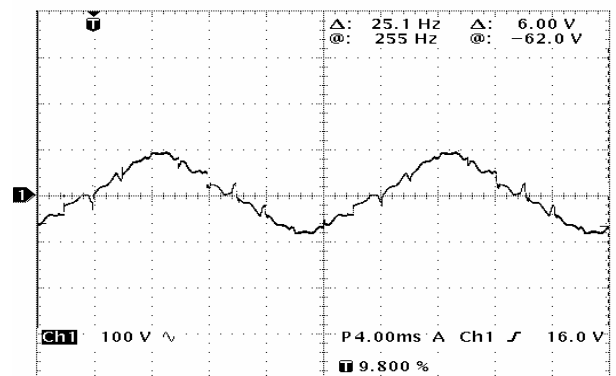


Figura 12 – Tensão fase-fase versus tempo para operação como gerador obtida de ensaios para corrente de carga de 2.5 A.

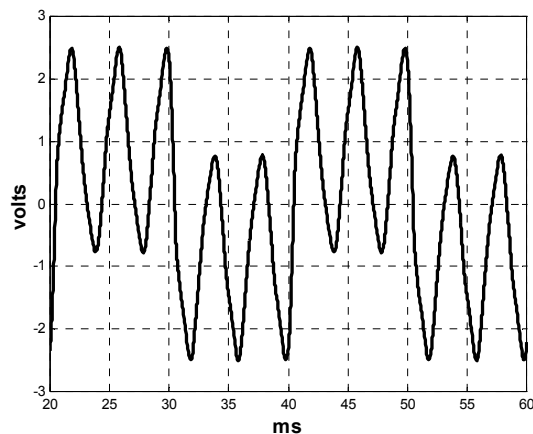


Figura 13 – Corrente de fase versus tempo para operação como gerador obtida da simulação para corrente de carga de 1.6 A.

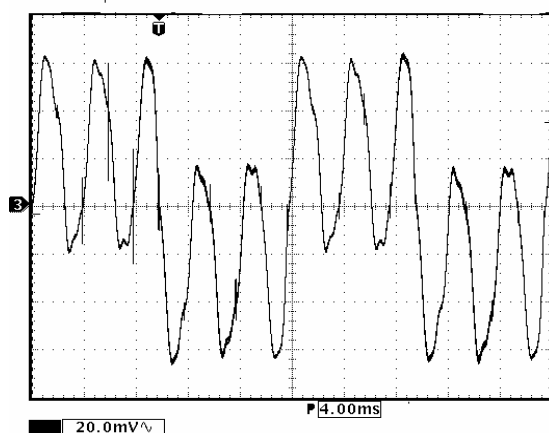


Figura 14 – Corrente de fase versus tempo para operação como gerador obtida de ensaios para corrente de carga de 1.6 A.

ponete retificadora a diodos. Os principais parâmetros e tensões induzidas foram determinados por meio do Método dos Elementos Finitos em duas dimensões sendo o modelo da máquina posteriormente implementado no Matlab/Simulink. As principais características de funcionamento foram obtidas a partir dos resultados da simulação e em seguida comparadas com curvas correspondentes obtidas de ensaios em protótipo. Os resultados de medições mostraram um erro menor que 4% na determinação da curva da tensão de saída versus corrente. Por outro lado, foi observado que a curva de potência média versus corrente de carga concorda dentro de um erro de 1% com os valores medidos. Os erros são causados pela imprecisão na determinação dos harmônicos de mais alta ordem por meio de Elementos Finitos, pela imprecisão na determinação dos valores de indutância e também pelo efeito de variação da temperatura na resistência do estator e na resistência de carga. Este efeito não foi considerado no modelo. A precisão do modelo também foi testada a partir da comparação das formas de onda das tensões induzidas e da corrente de fase. Existe uma boa concordância também entre os valores instantâneos calculados e os valores obtidos de ensaio. Assim, a forma de modelagem apresentada mostrou-se bastante adequada para o projeto, análise e simulação de máquinas com elevado número de fases,

conduzindo a resultados com precisão suficiente, permitindo determinar a performance da máquina durante a fase de projeto.

### XIII REFERÊNCIAS

- [1] Reece, A. B. J., Preston, T. W., *Finite Element Methods in Electrical Power Engineering*, Oxford University Press, Oxford, Inglaterra, 290 pp, 2000.
- [2] Toliyat H. A., Lipo T. A., J. C. White, *Analysis of a Concentrated Winding Induction for Adjustable Speed Drive Operation - Part II (motor design and performance)*, IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 6, Nr. 4, pp. 685-692, 1991.
- [3] Xu, L., *Rotor Structure Selections of Nonsine Five-Phase Synchronous Reluctance Machines for Improved Torque Capability*, IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 36, Nr. 4, pp. 1111-1117, 2000.
- [4] Franklin, P. W., *Theory of the Three Phase Salient Pole Type Generator with Bridge-Rectified Output - Part I and II*, IEEE PES - Winter Meeting pp. 1960 - 1975, 1972.
- [5] Franklin, P. W., *Theory of the Bridge-Rectified Synchronous Generator with a Large Number of Stator Phases - Part I and II*, IEEE PES - Summer Meeting, pp. 137 - 148, 1972.
- [6] McCleer, P. J., J. M. Bailey, J. S. Lawler and B. Banerjee, *Five Phase Trapezoidal Back EMF PM Synchronous Machines and Drives*, 4th European Conf. Power Electronics and Applications, Italy, pp. 4128-4133, 1991.
- [7] Weh, H, Schroder, U. - *Static Inverter Concepts for Multiphase Machines with Square-wave Current Field Distribution*, 1st European Conf. Power Electronics and Applications, Oct. 16-18, pp. 3143-3147, 1985.
- [8] Pereira, L. A., Canalli, V. M. - *Gerador Pentafásico a Imãs Permanentes - Parte I: Dimensionamento E Determinação Dos Parâmetros Por Elementos Finitos*, CBA 2002 - Congresso Brasileiro de Automática, Natal - RN, 2-5 de setembro 2002, pp. 2029-2033.
- [9] Pereira, L. A., Canalli, V. M. - *Gerador Pentafásico a Imãs Permanentes - Parte II: Simulação e determinação das Curvas Típicas*, CBA 2002 - Congresso Brasileiro de Automática, Natal - RN, 2-5 de setembro 2002, pp. 2029-2033.